El siguiente material incluye lo prescripto por los Diseños Curriculares de Educación Secundaria de la Pcia. de Buenos Aires para el EJE: Probabilidad y Estadística

Compilación realizada por la Prof. Lucía C. Sacco lcsacco@gmail.com.ar

Año 2011

DISEÑO CURRICULAR 1er año

EXPECTATIVAS DE LOGRO

- Construyan tablas estadísticas que resuman información necesaria para la elaboración de hipótesis.
- Construyan gráficos cartesianos y estadísticos.
- Interpreten matemáticamente gráficos y tablas.
- Ordenen cualitativamente sucesos de acuerdo a la probabilidad relativa de uno con respecto al otro.

CONTENIDOS

Probabilidades y Estadística

Fenómenos y experimentos aleatorios. Estadística y probabilidad.

Es posible que la probabilidad y la estadística sean un campo de trabajo nuevo para los alumnos/as, por esta razón se pretende un estudio cualitativo de la probabilidad.

Se promueve la construcción de tablas estadísticas, la determinación de algunas medidas de tendencia central y el trazado y estudio de gráficas.

Estudio de las FRACCIONES como PROBABILIDADES (pág. 188)

Si se piensa en la experiencia de arrojar dos dados y registrar su suma, comprobaremos que de 36 pares de números del espacio muestral, 9 son múltiplos de 4.

La razón 9/36 es representativa de la situación.

1/4 es una fracción aritméticamente equivalente, pero ¿qué significa 1 y qué significa 4?, lo mismo ocurre para la fracción 5/20. En cambio 25/100 que representa el 25% es expresión usual y brinda una idea de la situación más cercana a la original. Es importante reflexionar sobre el cuidado necesario en el uso de fracciones equivalentes ya que no siempre conservan su sentido en el problema.

Desarrollo del EJE

Probabilidad y estadística

Fenómenos y experimentos aleatorios

Se realizará el estudio de situaciones en las que interviene el azar (juegos, experimentos, simulaciones) en el transcurso de las cuales puedan identificarse sucesos ciertos, imposibles, contrarios e incompatibles.

Mediante experiencias propuestas por el docente, los alumnos/as registrarán en tablas u otros soportes, la frecuencia con la que ocurre un suceso, ponderando la probabilidad de éste de manera cualitativa comparando con otros sucesos del mismo experimento.

Ejemplo:

a. *Alguien piensa un número entre 1 y 20.*

¿Qué es más probable?:

1. que sea par
2. que sea menor que 15
3. que sea múltiplo de 3.

b. *alguien piensa dos números del 1 al 6*

¿Qué es más probable?

1. que sumen 7.
2. que ambos sean pares.
3. que ambos sean múltiplos de 3.
4. que sean consecutivos.

En el proceso de recolección de datos para la estimación de la probabilidad de sucesos, se promoverá la sistematización de aquellos: *una vez recolectados los datos, se los organizará adecuadamente (mediante tablas, gráficos, etc.) para posibilitar su descripción y utilización.*

Ejemplo:
En la siguiente tabla se registrará con una cruz la suma de los puntos que aparecen al arrojar dos dados 100 veces

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

a. ¿Qué número podría acumular más cruces? ¿por qué?
b. ¿Qué número podría acumular menos cruces? ¿por qué?
c. ¿Existen números que podrían acumular la misma cantidad de cruces? Justificar la respuesta.
d. ¿Qué cambios deberán efectuarse para repetir el experimento con tres dados?

Se analizarán las ventajas de cada una de las distintas formas de expresión o registro (verbal, gráfica, por tablas, etc.) en referencia a la situación en la que se deba interactuar.

Se trabajará en el cálculo combinatorio, mediante la construcción de diagramas arbolados para la determinación de espacios muestrales.

Ejemplos:

a. Si se arrojan a la vez un dado y una moneda. Analizar todas las posibilidades que puedan salir.
b. Se lanza una moneda hasta que aparecen dos caras seguidas analizar qué puede suceder.

Se analizará la influencia del azar en algunos juegos. Se pondrá especial atención en explicitar el uso de la probabilidad cualitativa durante el desarrollo de un juego (por ejemplo: preguntando ¿por qué XX realiza esta jugada?, ¿habrá otra más conveniente?, ¿cómo justifican esta afirmación?, ¿si te tocara a vos jugarías igual? ¿Por qué?, etc.). Por otra parte se pondrá especial atención en trabajar también con juegos en los que el azar no intervenga como variable central, haciendo hincapié en que no todos los sucesos son de tipo aleatorio.

Estadística y probabilidad

Mediante el estudio de información extraída de publicaciones, se iniciará el análisis de encuestas poniendo especial atención a la cantidad de personas encuestadas y las características de las mismas, para opinar acerca de la representatividad de las muestras.

Se introducirá el concepto de población y de muestra representativa de una población, analizando las variables a tener en cuenta para que una muestra sea representativa.

Se calcularán y establecerán algunas medidas de tendencia central como la moda, la media aritmética y la mediana. Se utilizarán estas herramientas para la solución de diferentes problemas, discutiendo la pertinencia del uso de cada una.

> Por ejemplo:
>
> Se tendrá en cuenta la moda y no el promedio con respecto a hábitos de consumo, para la toma de decisiones acerca del tipo de productos a fabricar.
>
> El promedio es útil para determinar el valor alrededor del que oscilan las medidas de la presión sanguínea de una persona.

De este modo se establecerán relaciones fundamentadas entre la estadística y la evaluación de probabilidades *(por ejemplo: estimación de la probabilidad de resultados deportivos en función de datos estadísticos extraídos de publicaciones y en diferentes lenguajes*).

> Ejemplo final:
>
> Buscar los números primos menores que 200 y graficar su cantidad en los siguientes intervalos:
>
> 1-10, 11-20, 21-30 ….191-200
>
> Realizar el gráfico acumulativo.
>
> ¿Qué información brinda este último que no brinda el anterior?

DISEÑO CURRICULAR 2do año

Eje Probabilidades y Estadística

Consideraciones generales

Cuando se realizan trabajos de investigación, planificación o análisis de comportamientos de variables se hace necesario contar con herramientas precisas para crear modelos capaces de permitir, bajo ciertas condiciones, la realización de predicciones, proyecciones e inferencias acerca de las problemáticas investigadas. Estas herramientas son desarrolladas por la Probabilidad y la Estadística que en la actualidad resultan de mucha utilidad en casi todas las disciplinas.

En este eje se estudiarán algunas de esas herramientas, retomando y profundizando lo realizado en primer año.

Se analizarán situaciones de diversos órdenes trabajando con variables cuantitativas continuas y discretas.

Al resolver las situaciones que se propongan, se analizarán los resultados encontrados con la finalidad de obtener conclusiones y hacer predicciones en relación con las mismas.

EXPECTATIVAS DE LOGRO

- Reconocer que el cálculo de probabilidades no siempre brinda certezas, distinguir el concepto de azar del de probabilidad y expresar la probabilidad de un suceso mediante un número.
- Analizar el proceso de relevamiento de datos y organizar conjuntos de datos discretos y acotados para estudiar un fenómeno, analizándolos para tomar decisiones basadas en la información relevada.
- Identificar diferentes tipos de variables (cualitativas y cuantitativas).
- Interpretar el significado de la media, la mediana y la moda para describir los datos en estudio.

Ejemplo propuesto en “Acerca de los errores” (pág. 300):

A continuación se ofrece un ejemplo de una situación de clase surgida al proponer a los alumnos/as el análisis de una tabla para la determinación de medidas de tendencia central.

Cabe señalar que la resolución de esta actividad fue indicada luego que los alumnos/as ya habían trabajado con una secuencia de problemas en la construcción de los conceptos de media, mediana y moda.

Ejemplo:

La siguiente tabla muestra las frecuencias de las notas de 30 estudiantes en un examen:

Nota numérica	5	6	7	8	9	10
Frecuencia	2	0	10	9	5	4

Calcular la moda, la mediana y la media aritmética.

Desarrollo:

Después de dar un tiempo inicial para que cada alumno/a tratara de resolver el problema en forma individual, el docente dividió al grupo completo en grupos de trabajo de cinco alumnos/as cada uno, a los que cada integrante debía concurrir con lo que había podido realizar en la instancia de trabajo individual (aunque no fuera más que el registro de algunas ideas surgidas a partir del enunciado).

Permitió a cada grupo el trabajo en forma autónoma, cuidando que todos los integrantes del grupo tuvieran participación en la resolución de la actividad y que la resolución se realizara realmente en forma comunitaria. Fue observando y escuchando la tarea que fueron desarrollando los distintos grupos, prácticamente sin intervenir. Fue tomando nota de aquellas cuestiones relevantes que luego tuvo en cuenta en el momento de la puesta en común.

El docente comenzó la puesta en común retomando las respuestas encontradas por uno de los grupos. Este grupo había respondido que la moda de la distribución es 10.

El docente eligió intencionalmente una respuesta errónea con el propósito de extender la dificultad al resto de la clase y generar una discusión en relación con la misma. Este error se pudo haber generado tanto por haber considerado como moda a la nota máxima o a la máxima frecuencia. La discusión obligó, tanto a los integrantes del grupo que había dado la respuesta errónea, como a los demás alumnos/as de la clase, a elaborar argumentos que les permitieran fundamentar la respuesta o las críticas.

Durante la discusión, el docente mantuvo una posición moderadora, garantizando la intervención de todos pero absteniéndose de intervenir. Una vez que todos los alumnos/as hubieron expresado su opinión respecto de la cuestión en discusión, el docente intervino retomando el significado de la palabra moda en el contexto estadístico para poder llegar a una conclusión pertinente y cerrar este tramo de la puesta en común.

A continuación, el docente retomó la respuesta dada por otro grupo al cálculo de la mediana. Este grupo había considerado que la mediana es 7,5 ya que es el promedio entre 7 y 8 que son los valores centrales de la tabla. Esta respuesta demuestra que el grupo conocía el significado y la forma de calcular la mediana, pero que confundían la cantidad de columnas de la tabla con la cantidad de registros de la encuesta. A partir de esta confusión, este grupo también respondió que la media aritmética es 7, ya que sumó los valores de la primera fila y los dividió por el número de columnas.

La intervención del docente apuntó, en este caso, a la reinterpretación de la tabla. Las respuestas dadas por los demás grupos y los argumentos utilizados para defender sus conclusiones, junto con la intervención del docente, permitieron reconstruir los significados de la mediana y de la media a partir del error detectado.

La puesta en común de los errores permitió fortalecer los conocimientos de todos los alumnos/as de la clase, independientemente de que hubieran dado una respuesta correcta o no a la situación planteada.

Desarrollo de contenidos y consideraciones didácticas

Presentación de datos. Tablas y gráficos

Se trabajará con tablas y gráficos para la presentación de los datos y con distribuciones de frecuencia para su análisis descriptivo.

Se retomará el trabajo, iniciado en primer año, de lectura y análisis de tablas y diferentes tipos de gráficos y la forma más conveniente de expresar los datos en el contexto de cada situación. A continuación se propone un problema con el que podría trabajarse una particular forma de agrupar los datos:

Los 160 socios de un club deportivo han sido clasificados por edad y los datos se volcaron en la siguiente tabla de frecuencias acumuladas.

Calcular cuántos de los socios tienen 50 años o más.

Edad	menos de 40	menos de 50	menos de 60	menos de 80
Cantidad de socios	24	72	132	160

Para resolver este problema puede sugerirse la construcción de una tabla que muestre las frecuencias por intervalos que se calculan a partir de la información que brinda la tabla anterior.

Edad	menos de 40	entre 41 y 50	entre 51 y 60	más de 60
Cantidad de socios	24	72 – 24 = 48	132 – 72 = 60	160 – 132 = 28

Este cuadro muestra que la respuesta al problema planteado es 60 + 28 = 88, cifra que representa la cantidad de socios de 50 o más años.

Se presentarán cuadros y gráficos de diarios y revistas, proponiendo a los alumnos/as la lectura e interpretación de la información que contiene cada uno de ellos. Será importante hacer hincapié en la lectura crítica de la información ya que la misma muchas veces da lugar a discusiones.

Para ello se podrá proponer el análisis crítico de algún cuadro o gráfico controvertible que haya sido publicado en algún medio de comunicación. Se trabajará también con la lectura de la información que proporcionan los gráficos de las facturas de servicios.

A continuación se muestra un ejemplo de una situación para trabajar en relación con este tipo de cuestiones:

La siguiente tabla fue construida con la información que una empresa de telefonía ha enviado a un cliente en el informe detallado de llamadas realizadas.

Durción de la llamada en segundos	20-39	40-59	60-79	80-119	120-159	160-199
Nº de llamadas	16	24	48	52	28	12

El costo de las llamadas depende de la duración de las mismas:

Las llamadas de menos de 60 segundos tienen un costo de 25 centavos, las que duran entre 60 y 119 segundos cuestan 40 centavos y las de 2 minutos o más valen 60 centavos.

Calcular:

- *el total de llamadas realizadas por el cliente.*
- *la cantidad de llamadas discriminadas por sus costos.*
- *el importe total a abonar por todas las llamadas.*

Cuando sea posible, en el marco de este eje resultará interesante la utilización de recursos tecnológicos e informáticos para el desarrollo de las clases.

La enseñanza de la Estadística cuenta con una variedad de recursos disponibles en Internet. Muchos programas interactivos de uso libre permiten el procesamiento de datos para construir inferencias (cuando éstas son pertinentes). Las hojas de cálculo y los programas de graficación son herramientas que permiten organizar, representar y comparar datos estadísticos e introducir el uso escolar de estos medios tecnológicos (desde Excel hasta programas específicos de información estadística).

Luego de recoger datos, organizarlos y archivarlos en una hoja de cálculo, los resúmenes permiten realizar análisis de variables, dispersión de pares de variables, máximos y mínimos. A continuación se muestra información obtenida de herramientas utilizadas en Internet, como son los contadores de visitantes de páginas Web:

15 octubre 2006, domingo	29	22 octubre 2006, domingo	51
16 octubre 2006, lunes	164	23 octubre 2006, lunes	148
17 octubre 2006, martes	63	24 octubre 2006, martes	53
18 octubre 2006, miércoles	101	25 octubre 2006, miércoles	81
19 octubre 2006, jueves	74	26 octubre 2006, jueves	82
20 octubre 2006, viernes	43	27 octubre 2006, viernes	73
21 octubre 2006, sábado	41	28 octubre 2006, sábado	53

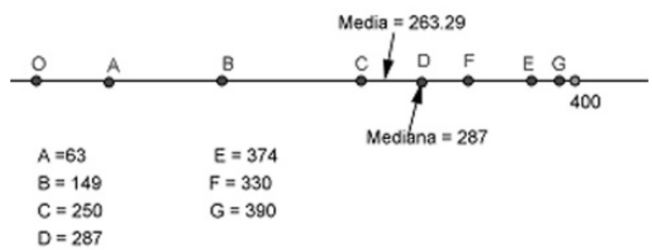
A partir de los datos brindados por la tabla se podrá solicitar a los alumnos/as su análisis, por ejemplo, para describir el comportamiento de la cantidad de visitantes de la página según el día de semana.

Medidas de tendencia central: media, mediana y moda

Se retomará el trabajo iniciado en primer año con las medidas de tendencia central y se profundizará su análisis en cuanto al análisis de su representatividad para un conjunto de datos. Se explorarán y compararán propiedades de la media y la mediana en cada caso y su variación de acuerdo con el cambio de uno o más valores así como se pondrá en cuestión la representatividad de cada una de ellas en diferentes situaciones.

Si se cuenta con herramientas informáticas, el alumno/a podrá hipotetizar y confrontar supuestos sin tener que hacer cuentas, en caso contrario podrá hacer uso de la calculadora científica o común.

Por ejemplo, si se tienen los siguientes datos:



Se podrá pedir a los alumnos/as análisis como el siguiente:

1. *¿Cómo modificar los datos para que la mediana sea la misma pero cambie la media?*
2. *¿Se pueden modificar los datos de modo que la media sea la misma pero cambie la mediana?*
3. *¿Cómo se modifican la media y la mediana cuando se conserva el orden de los puntos pero se cambian sus posiciones sobre la recta?*
4. *¿Qué ocurre si un valor cercano a un extremo cambia su posición a otro punto cercano al otro extremo?*
5. *¿Para qué conjunto de valores la media resulta un valor representativo pero no la mediana? ¿y viceversa?*
6. *¿En qué casos la media no es representativa?*

¿En qué casos la mediana es poco representativa?

Con material extraído de diferentes publicaciones se analizarán diferentes muestras de distribuciones de población en las que se hayan utilizado diferentes criterios de agrupamiento (edad, sexo, etcétera), para construir conjeturas en el contexto de las mismas.

Se realizará la construcción de pictogramas, histogramas y polígonos de frecuencia. Se analizará la posibilidad de ubicación de la media, la mediana y la moda en los mismos.

Introducción a la combinatoria

Se retomará el cálculo combinatorio iniciado en primer año con diagramas arbolados, reutilizándolos para contar la cantidad total de elementos de colecciones correspondientes a situaciones de mayor complejidad.

Se utilizarán los diagramas de árbol para calcular la cantidad de permutaciones que puedan realizarse con los elementos de una colección y se introducirá el concepto de factorial. Los diagramas de árbol permitirán darle significado a la fórmula de las permutaciones y al factorial de un número. Por ejemplo, para trabajar con este tema, se podrá proponer la siguiente situación:

¿Cuántos números de cuatro cifras distintas se pueden formar con los dígitos primos?

Para resolver esta actividad, el docente podrá proponer a los alumnos/as que cuenten las soluciones y busquen alguna forma abreviada de hacer el trabajo de conteo.

Luego propondrá a los alumnos/as que confronten sus propuestas y elijan la que consideren más económica (que podría ser un diagrama de árbol o cualquier otra que ellos propongan).

Se reflexionará también sobre las cuentas realizadas para calcular la cantidad de maneras posibles de ordenamiento pedida.

A manera de cierre, el docente formalizará los contenidos abordados, retomando los diagramas utilizados y explicitando las ventajas que representa la utilización de diagramas de árbol para resolver este tipo de situaciones. Introducirá la idea de factorial de 4 y le dará nombre a lo calculado: permutaciones de 4 elementos.

Se trabajará también en el aula con la forma de obtener el factorial de un número utilizando la calculadora.

Fenómenos y experimentos aleatorios

El análisis probabilístico permite cuantificar, con la utilización de modelos teóricos, la incertidumbre que provocan los resultados de ciertos experimentos.

Se retomará el estudio de fenómenos y experimentos aleatorios iniciado en primer año, considerando varios ejemplos de los mismos, construyendo sus espacios muestrales y describiendo los sucesos correspondientes a dichos espacios.

Probabilidad

Se construirán estrategias para clasificar los diferentes sucesos, de acuerdo con su probabilidad de acontecer: sucesos equiprobables de los no equiprobables, sucesos imposibles y certezas.

Se retomará el trabajo iniciado en primer año sobre el concepto de probabilidad proponiendo actividades que carguen de significado al cálculo de probabilidades.

Se podrá proponer la realización de un experimento una cantidad suficiente de veces, en diferentes grupos, de modo que los alumnos/as puedan observar que el cociente entre la cantidad de veces que ocurre el suceso y la cantidad total de veces que se realiza el experimento se acerca cada vez más al valor de la probabilidad del suceso calculado utilizando el modelo probabilístico.

Por ejemplo se podrán realizar los siguientes experimentos: tirar una moneda y ver cuántas veces sale cara o tirar un dado y registrar cuántas veces sale el 6.

Se realizará el cálculo de probabilidades simples poniendo especial cuidado en la interpretación de los resultados de los cálculos para cargarlos de significado.

En primer año, al analizar los diferentes significados de la fracción, se esbozó que al arrojar un dado, la probabilidad de obtener un número par es 3/6. En esta expresión se puede apreciar que entre 6 casos posibles 3 son los que resultan favorables, o dicho de otro modo, 3 de los 6 números posibles de obtener al arrojar un dado son pares.

Este año se retomará y ampliará lo analizado teniendo en cuenta que la fracción ½ es equivalente a esta fracción y que esta expresión puede aportar más información ya que expresa que 1 de cada 2 números del dado son pares. También permite concluir que los sucesos "salga par" o "salga impar" resultan equiprobables, con lo que se podrá analizar que en un juego en el que intervengan estos dos sucesos habrá igual probabilidad de ganar que de perder.

Si se realizara la simplificación para dejar la probabilidad expresada como ½ sin analizar esta expresión se reduciría el tratamiento de la probabilidad a un trabajo numérico que no promueve la superación de posturas deterministas poco útiles para su estudio: en el tratamiento de la probabilidad vuelve a resultar tan importante el cálculo como la interpretación de los resultados y la construcción de respuestas a las cuestiones planteadas.

Es necesario agregar que, si bien el experimento descripto podría resultar muy sencillo, se potenciará con la consigna de trabajo que construya el docente y con el análisis de los resultados obtenidos que proponga. El docente realizará intervenciones planificadas que promuevan el estilo de razonamiento probabilístico en todos los alumnos/as a partir de la consideración de casos que la totalidad de la clase pueda resolver.

A continuación mostramos un ejemplo en el que se pide la determinación de los sucesos que pueden producirse al azar y se analizan los resultados obtenidos:

Un mazo de 50 cartas españolas se divide en dos grupos:

el primero está compuesto por todas las figuras, el segundo grupo tiene todas las cartas restantes.

¿Cuántas cartas componen cada grupo?

Del primer grupo se toman **n** *cartas (pueden ser todas). Si entre esas* **n** *cartas, la probabilidad de extraer una sota es 1/3,*

¿Cuántas pueden ser las **n** *cartas tomadas?*

¿Cuántas sotas, cuántos caballos y cuántos reyes puede haber entre esas n cartas?

Se puede resolver el problema buscando fracciones equivalentes a 1/3 y retomando el trabajo realizado en primer año acerca del significado de cada una como probabilidad.

Al realizar el análisis de cada una de las fracciones equivalentes a 1/3 en el contexto del problema se obtiene para:

1/3, un grupo de **n = 3** cartas entre las que hay una sola sota.

2/6, un grupo de **n = 6** cartas entre las que hay 2 sotas.

3/9, un grupo de **n = 9** cartas entre las que hay 3 sotas.

4/12, el grupo total de **n = 12** cartas; en ese grupo están, por supuesto, las 4 sotas.

Este tipo de análisis permite advertir la información diferente que se obtiene al considerar las distintas expresiones numéricas de una misma probabilidad.

Resta encontrar la respuesta a la última pregunta.

A partir de las consideraciones anteriores deben considerarse los siguientes casos:

Caso 1: *un grupo de* **n = 3** *cartas*

Una es una sota, las otras dos cartas pueden ser:

- *2 reyes, 0 caballos*
- *2 caballos, 0 reyes*
- *1 caballo, 1 rey*

Tres posibilidades

Caso 2: *un grupo de* **n = 6** *cartas*

Dos son sotas, las otras cuatro cartas pueden ser:

- *2 caballos, 2 reyes*
- *3 caballos, 1 rey*
- *3 reyes, 1 caballo*
- *4 reyes, 0 caballos*
- *4 caballos, 0 reyes*

Cinco posibilidades

Caso 3: *un grupo de* **n = 9** *cartas*

Tres son sotas, las otras seis cartas pueden ser:

- *3 reyes, 3 caballos*
- *4 reyes, 2 caballos*
- *4 caballos, 2 reyes*

Tres posibilidades

Caso 4: *el grupo total* **n = 12** *cartas*

Cuatro son sotas, las otras 8 cartas son:

- *los cuatro caballos, los cuatro reyes* } *Una sola posibilidad*

Luego, la respuesta al problema es:

los grupos tienen: el primero 12 cartas, el segundo 38 cartas.

Las **n** *cartas tomadas del primer grupo pueden ser 3, 6, 9, ó 12 ya que, para obtener una probabilidad de 1/3 el número de cartas debe ser múltiplo de 3.*

La cantidad de cada tipo de figura en cada caso puede apreciarse en el punteo realizado.

La primera pregunta que se encuentra en el enunciado del problema apunta solamente a comprobar si el alumno/a comprende la situación que se le está planteando.

La redacción de la última pregunta se ha realizado de manera cuidadosa para que la búsqueda de su respuesta no desemboque en un cálculo complejo de los diferentes grupos de **n** *cartas que se pueden formar.*

Por ejemplo si en vez de preguntar:

¿Cuántas sotas, cuántos caballos y cuántos reyes puede haber entre esas **n** *cartas?*

Se hubiese preguntado:

¿Cuáles son las posibles cartas que conforman las **n** *cartas?*

O bien: ¿Qué cartas forman el grupo de **n** *cartas?*

O: ¿Cuántas y cuáles son las cartas que componen el grupo de **n** *cartas?*

En cada caso, debería haberse calculado el número de "combinaciones" que no es un contenido incluido en la distribución propuesta para segundo año. De cualquier forma la búsqueda de la totalidad de posibilidades en este problema, implica un significativo esfuerzo y, en todo caso, podrá retomárselo incluyendo este tipo de preguntas en 3º año para desarrollar otras ideas.

Una de las virtudes de este tipo de problemas consiste en recorrer un camino inverso al habitual ya que se parte de la probabilidad para construir hipótesis acerca de la constitución de los universos en los que se calculan.

Este tipo de actividades en las que se "invierte el sentido" en el que se trabaja con determinado concepto son de fundamental importancia para la construcción del significado del mismo.

En este eje también se analizarán tablas de números al azar, y se plantearán estrategias para su uso y construcción. Se informará a los alumnos/as algunas aplicaciones de las mismas. Por ejemplo se puede proponer a los alumnos/as el siguiente juego:

Dos amigos eligen una misma permutación de 27 números al azar.
Al primer número le asignan la "A", al segundo la "B" .... y así hasta la "Z".
De este modo, se pueden escribir mensajes en un código numérico que sólo ellos pueden descifrar.

Se establecerán relaciones entre probabilidad y frecuencia, y se realizarán conjeturas acerca de la posibilidad de ocurrencia de determinado suceso considerando múltiples variables.

Orientaciones para la evaluación

Retomando el trabajo propuesto para el tratamiento de la probabilidad, el siguiente problema permite evaluar el aprendizaje de algunos de los contenidos:

Las figuras de un mazo de cartas españolas se barajan y se colocan apiladas boca abajo sobre la mesa. Se extrae la que queda arriba. ¿Cuál es la probabilidad de que esa carta sea una sota?

Un alumno/a podría pensar así:

En la parte superior de la pila pueden aparecer sota, caballo o rey.

Como en el grupo de cartas hay la misma cantidad de sotas, caballos y reyes, la probabilidad de que cualquier figura aparezca en la parte superior es la misma. La probabilidad de que aparezca una sota es 4/12.

También es posible que algún alumno/a asimile este suceso con el de sacar una sota al azar, y esto sea lo que registre en la prueba:

- La probabilidad de sacar una sota al azar de entre las 12 cartas es 4/12.
- La carta al azar podría sacarse de cualquier parte de la pila, sólo que en este caso hace falta sacar la de arriba, y como las cartas están barajadas es lo mismo que sacar una al azar.
- La probabilidad es entonces 4/12 = 1/3.

Lograr una pila de 12 cartas con figuras con una sota en la parte superior y extraer al azar una sota del conjunto de cartas con figuras son sucesos equiprobables y equivalentes.

Otra posible respuesta esperada podría ser:

- Con las doce figuras se pueden obtener 12! pilas diferentes (permutaciones de las 12 cartas).
- Luego, el número de las que tienen una sota en la parte superior puede calcularse como 4 x 11! (ya que con cada una de las sotas ocupando la parte superior de la pila, las restantes 11 cartas se deben permutar y como hay 4 sotas esa permutación se repite 4 veces).
- Luego la probabilidad pedida es:

$$P_{(sota)} = \frac{4 \times 11!}{12!}$$

$$P_{(sota)} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{12}}} = \frac{1}{3}$$

El cálculo de permutaciones para solucionar el problema es uno de los posibles caminos, quizás el más complicado y el menos "natural" para el alumno/a, ya que toma en consideración cuestiones importantes pero no forzosamente necesarias para obtener la solución.

Resulta destacable que los alumnos/as logren solucionar el problema haciendo uso de razonamientos probabilísticos aunque los mismos no hagan referencia a ningún tipo de cálculos complejos.

Si se pretende que el alumno/a realice el cálculo de la cantidad de formas en las que las cartas pueden ordenarse en la pila, deberá modificarse el enunciado o proponer otro problema de modo que el enunciado sea explícito en ese sentido. La selección y/o construcción de los enunciados de los problemas deberá llevarse a cabo de manera cuidadosa para lograr que lo que los mismos proponen coincida con la intencionalidad con la que se los incluye en las pruebas.

Llegado el momento de analizar en clase el enunciado de la prueba (de ser posible en la clase siguiente a aquella en la que se la ha tomado), se volverá sobre el análisis de los diferentes razonamientos utilizados para construir la solución. Puede que no aparezca la respuesta "correcta", entonces el docente podrá presentarla y someterla a discusión presentándola del siguiente modo:

Existe otra forma de solución del problema calculando todas las posibles formas de ordenar las cartas en la pila y, entre ellas, las que dejan una sota arriba. ¿Será lo mismo?, ¿Qué cálculos se habrán realizado?, ¿Dará el mismo resultado?

Por otra parte, en el marco del análisis de los enunciados de la prueba, resultará propicio volver sobre la reflexión acerca del alcance y el significado del cálculo de probabilidades.

Para ello podrá proponerse a los alumnos/as discutir sobre el valor de verdad de expresiones tales como:

- *Si repito tres veces el experimento con las 12 cartas, en uno seguro saldrá una sota.*

• *Si repito 12 veces el experimento con las 12 cartas y entre las cinco primeras veces sale sota en tres ocasiones, seguro que ya no volverá a salir sota.*

• *Si repito el experimento 100 veces es posible que salga sota alrededor de 33 veces.*

Esta discusión tiene como objetivo que el alumno/a retome la reflexión acerca de que el cálculo de probabilidades no determina certezas (salvo que los sucesos sean muy especiales) y que resulta útil para la toma de decisiones que siempre están sujetas a determinado margen de riesgo.

Los alumnos/as deberán saber, antes de la evaluación, que la correcta solución de un problema se compone, además de la operatoria adecuada, de la fundamentación de las estrategias elegidas para la solución y la construcción de respuestas pertinentes a las cuestiones planteadas.

DISEÑO CURRICULAR 3er año

Prácticas involucradas en el EJE: PROBABILIDAD y ESTADÍSTICA

- Organizar visualmente mediante tablas y gráficas estadísticas, datos obtenidos de diferentes fuentes.
- Extraer información de tablas y gráficos obtenidos de diferentes fuentes.
- Expresar la información global que representan las medidas de tendencia central en un determinado universo.
- Establecer la pertinencia de la media, la moda o la mediana de acuerdo al ajuste de cada una a la dispersión de los datos en un determinado universo.
- Obtener espacios muestrales utilizando diferentes estrategias.
- Calcular la cantidad de elementos de diferentes espacios muestrales utilizando estrategias de cálculo pertinentes a cada caso.
- Utilizar con ayuda del docente el cálculo combinatorio como estrategia de modelización de situaciones planteadas.
- Hipotetizar acerca de la probabilidad de un suceso y contrastar las hipótesis construidas.
- Realizar experimentos aleatorios con el objeto de crear modelos de tratamiento de los mismos desde una perspectiva superadora del determinismo.
- Expresar la probabilidad de situaciones matemáticas y extra-matemáticas
- Establecer relaciones entre los resultados obtenidos en el cálculo probabilístico como modelo matemático y las situaciones que el mismo modeliza.
- Establecer semejanzas y diferencias entre probabilidad y azar.

Consideraciones generales

Cuando se realizan trabajos de investigación escolar, planificación o estudio de comportamientos de variables de análisis estadístico se hace necesario contar con herramientas para crear modelos capaces de permitir, bajo ciertas condiciones, la realización de predicciones, proyecciones e inferencias acerca de las problemáticas investigadas.

En la actualidad estas herramientas que son desarrolladas por la Probabilidad y la Estadística, resultan de mucha utilidad en casi todas las disciplinas.

En tercer año, se profundizará el trabajo realizado en 1º y 2º años respecto del análisis de situaciones de diversos órdenes trabajando con variables cuantitativas discretas y continuas.

Al resolver las situaciones que se propongan, se analizarán los resultados encontrados con la finalidad de obtener conclusiones y hacer predicciones en relación con las mismas.

Se construirán herramientas de combinatoria para la determinación de espacios maestrales con miras a ampliar los conocimientos construidos de estadística y probabilidad.

Núcleos sintéticos de contenidos

- Estadística. Análisis descriptivo
- Combinatoria
- Probabilidad

Desarrollo de contenidos y consideraciones didácticas

Estadística. Análisis descriptivo

Se retomará el trabajo realizado en los años anteriores, trabajando con encuestas significativas para el grupo de alumnos/as. Se les pedirá que organicen la presentación de los datos mediante tablas y gráficos eligiendo la forma más adecuada para cada caso. Se trabajará con la construcción de gráficos circulares utilizando proporcionalidad directa para calcular las medidas de los ángulos centrales de los mismos. Se analizarán las ventajas y desventajas de este tipo de gráficos respecto de otros como los diagramas de barras y los pictogramas.

Se profundizará el trabajo con las medidas de tendencia central de una distribución -media, mediana y moda- analizando su representatividad y sus limitaciones para describir los datos de la muestra así como para tomar decisiones a partir de ellas.

Se propondrá la utilización de las funciones estadísticas de las calculadoras científicas.

Para situaciones en las que la variable correspondiente sea cuantitativa y continua, se trabajará con la organización de los datos por intervalos, estudiando la forma de realizarlo y analizando criterios que permitan hacer la agrupación de manera adecuada. Se analizará la frecuencia absoluta en intervalos y se confeccionarán los gráficos que permitan la visualización de este tipo de agrupación, es decir, los histogramas.

Se determinarán la moda y la media de distribuciones agrupadas en intervalos.

Se propondrán situaciones que permitan construir estrategias para el cálculo de la media para este tipo de distribuciones. Se comparará el valor de la media obtenida utilizando todos los datos individuales de la muestra y el valor calculado usando las marcas de clase de los intervalos en algunos ejemplos donde esto sea posible. En la puesta en común se analizarán las ventajas de realizar el cálculo utilizando las marcas de clase, aunque se pierda algo de precisión.

Se calculará la frecuencia absoluta acumulada tanto para distribuciones con variable cuantitativa discreta como continua. Se confeccionarán diagramas de frecuencias acumuladas y se analizará la utilidad de los mismos.

Se abordará el estudio de algunos temas específicos como el índice de desarrollo humano, el índice de esperanza de vida.

Ejemplo 1:[1]

El Índice de Desarrollo Humano (IDH) tiene como objetivo la obtención de información para medir y comparar el desarrollo humano alcanzado por distintos países. Este índice se elabora teniendo en cuenta tres indicadores: la longevidad, la educación (poseer los conocimientos necesarios para comprender y relacionarse con el entorno social) y el estándar de vida (tener ingresos suficientes como para acceder a un nivel de vida adecuado).

Fuente: Elaboración propia en base a la EPH (INDEC).

1º sem 2004

Provincia	Educación	Longevidad	Subsistencia	Índice de desarrollo humano
Ciudad de Buenos Aires	0,9244	0,8215	0,7622	**0,8360**
Buenos Aires	0,8979	0,8282	0,6300	**0,7854**
Catamarca	0,8971	0,8188	0,5856	**0,7672**
Córdoba	0,9047	0,8343	0,6267	**0,7886**
Corrientes	0,8992	0,8193	0,5575	**0,7586**
Chaco	0,9001	0,7997	0,5657	**0,7552**

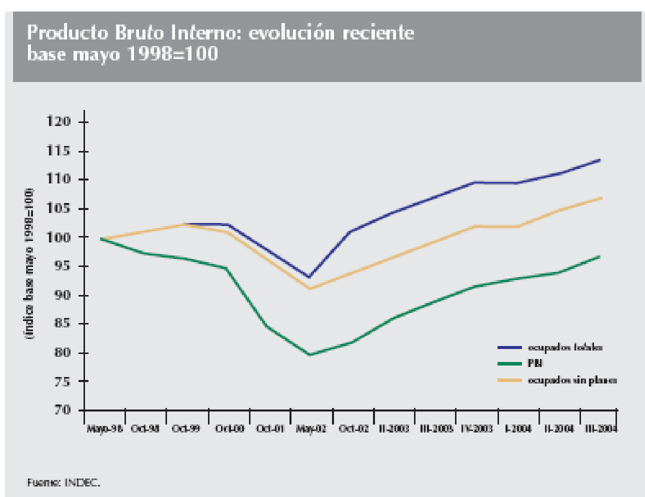
Con la información del cuadro:

- *Verificar en alguna de las provincias que el IDH se obtiene a partir del promedio de los tres indicadores.*
- *Analizar por qué Córdoba teniendo mayor índice de longevidad tiene menor IDH que la Ciudad de Buenos Aires.*
- *Buscar quiénes tienen los mayores valores de cada uno de los tres indicadores.*

Ejemplo 2:

El Producto Bruto Interno (PBI) es el valor de todos los bienes y servicios finales que produce un país en cierto tiempo. Comprende valores de: viviendas, comercios, servicios, gobierno, transporte entre otros.

Realizar un informe de la evolución del PBI desde Mayo de 2002 hasta el tercer trimestre de 2004 a partir del gráfico siguiente:



Informe de Desarrollo Humano 2005

[1] Información disponible en: http://www.desarrollohumano.org.ar/2005/

Combinatoria

Se retomará el trabajo realizado en 2º año con diagramas de árbol para el estudio de las permutaciones. Mediante el planteo de problemas con pocos elementos, en los que se pueda trabajar con este tipo de diagramas, se determinará la pertinencia del uso de permutaciones, variaciones y combinaciones para la solución de los mismos.

Para realizar este trabajo se podrán proponer situaciones como las que siguen en las que se pueden contar todas las posibilidades. Se propone realizar un uso comprensivo de las fórmulas. Para que esto ocurra, las mismas deberán ser presentadas luego de un trabajo de construcción realizado previamente por los alumnos/as y como una forma más económica de resolución en términos de procedimientos.

Ejemplo

Una agrupación estudiantil debe decidir en qué orden aparecerán los 5 candidatos/as a delegados/as que debe incluir en su lista para las próximas elecciones en el centro de estudiantes. Por la experiencia de elecciones anteriores estima que 3 de ellos/as tendrán posibilidades ciertas de ingresar en la comisión directiva del centro. Es decir que solo los 3 primeros candidatos de la lista podrán acceder a esos puestos. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ordenarse los 5 candidatos de la agrupación en esos 3 primeros puestos de la lista?

Se propondrá la construcción de un diagrama de árbol que permita contar todas las posibilidades y a partir del análisis del mismo se trabajará en la construcción de una fórmula que permita realizar el cálculo anterior de manera más económica. El docente, al cierre de la actividad denominará variaciones de 5 elementos tomados de a 3 al cálculo realizado y generalizará la fórmula obtenida para el cálculo de variaciones de **n** elementos tomados de a **m**.

Se propondrá la utilización de distintos modelos de calculadoras científicas para el cálculo de variaciones y combinaciones, analizando las funciones específicas, si el modelo las tuviera.

En una clase de síntesis previa a una prueba, por ejemplo, se podrá proponer el siguiente problema que permite analizar algunos posibles errores en el trabajo con variaciones y combinaciones:

¿Cuántos partidos de basketball se jugarán en una liga de 10 equipos si cada uno debe jugar dos veces contra cada uno de los demás?

Se podrá solicitar que cada alumno/a trabaje con el problema en forma individual, registrando en una hoja lo que vaya haciendo como si se tratara de una evaluación escrita. Es decir, se le pedirá que escriba todo lo que tiene en cuenta para resolver. El docente irá revisando lo que los alumnos/as vayan anotando para comentarlo en la puesta en común.

Para solucionar este problema deben calcularse todas las combinaciones de los diez equipos tomados de a dos (de manera de obtener la cantidad de encuentros que deben jugarse para que todos los equipos jueguen contra todos) y luego multiplicar por dos ya que los equipos deben encontrarse dos veces con cada contrincante.

El cálculo da como resultado:

Cantidad de partidos = $2 \cdot C_{10,2} = 2 \cdot \dfrac{10!}{(10-2)!\,2!} = 2.\dfrac{10!}{8!\,2!} = 10.9 = 90$

Es decir, se jugarán 90 partidos[2].

Este resultado es el mismo número que podría obtenerse si se calculara la cantidad de variaciones de los 10 equipos tomados de a dos ($V_{10,2}$). Esto significa que, si un alumno/a calculara las variaciones de los 10 equipos tomados de a dos, obtendría también 90 partidos como resultado. Pero, realizar el cálculo de esta forma, ¿sería también correcto?

Ciertamente se trata de una coincidencia, debida a los números con los que se está trabajando y al contexto en el que se utilizan.

La coincidencia podría estar vinculada al hecho de que los equipos deban jugar dos partidos contra cada rival puede pensarse como que, por ejemplo, primero jugará A contra B y luego B contra A. Si un alumno/a explicara esto y calculara las variaciones, su respuesta debería considerarse correcta, pero el docente deberá intervenir para hacer notar al alumno/a que, si en lugar de tener que jugar dos partidos, tuvieran que jugarse tres, las cosas serían distintas y los resultados no coincidirían.

La coincidencia también podría ser consecuencia de un razonamiento incorrecto y que el alumno/a esté confundiendo el cálculo que debe realizar para resolver el problema.

Por lo general la mayor dificultad con la que tropiezan los alumnos/as cuando intentan resolver situaciones de este tipo mediante el uso de fórmulas es determinar la necesidad de considerar el orden o no, de manera de poder identificar si se trata de una variación o una combinación. Más allá de su nombre o de la fórmula que se utilice para resolver un problema, se debe fomentar la comprensión conceptual de cada una de las formas de contar.

Es posible también que el alumno/a anote, como toda respuesta, que la cantidad de partidos a jugar es 90 con lo que sería imposible para el docente analizar la forma en que llegó a este valor. Durante la puesta en común, el docente podrá plantear esta situación como para orientar a los alumnos/as hacia la necesidad de una comunicación adecuada de sus producciones.

Si esta situación se presentara en una prueba, sería necesario que el docente, antes de decidir la calificación, dialogue con el alumno/a para que éste le cuente de qué forma obtuvo este resultado. En este caso, resulta importante

[2] Los alumnos pueden utilizar cálculos que no impliquen necesariamente conocer la fórmula de la combinación. Aquí se ha utilizado con el objeto de agilizar la explicación para el docente.

aclarar que es posible que, en el momento de la charla con el profesor, el alumno/a aplique una cláusula de un “presunto” contrato didáctico por la que, si al resolver un problema se obtiene el resultado numérico correcto, el problema debe considerarse bien resuelto.

Por otra parte resultará propicio este momento para reflexionar acerca de las situaciones en las que se debe considerar el orden. Para ello puede proponerse a los estudiantes analizar situaciones como las siguientes:

Ejemplos:
- *Se eligen dos alumnos/as para ir a hablar como delegados del curso con el director. ¿Es importante considerar quién fue elegido/a en primer término y quién en segundo?*
- *Se eligen dos alumnos/as como titular y suplente para representar al curso en el centro de estudiantes. ¿Es importante considerar quién fue elegido/a en primer término y quién en segundo?*

Resultará importante que el docente promueva este tipo de análisis con otras proposiciones que considere convenientes, además de fomentar el uso de estrategias alternativas que permitan a los alumnos/as validar los cálculos realizados (listados secuenciales o diagramas arbolados entre otras).

Probabilidad

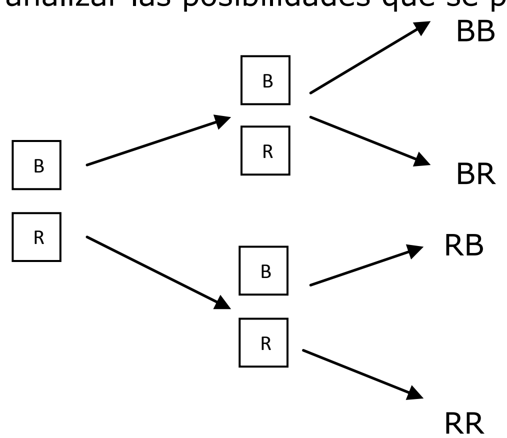
Se retomará el trabajo con experimentos aleatorios realizado en 2° año para profundizar la noción de modelo probabilístico y las limitaciones y alcances del mismo.

Se utilizará el cálculo combinatorio para determinar la cantidad de elementos de los espacios muestrales de distintos experimentos aleatorios para su posterior uso en el cálculo de probabilidades.

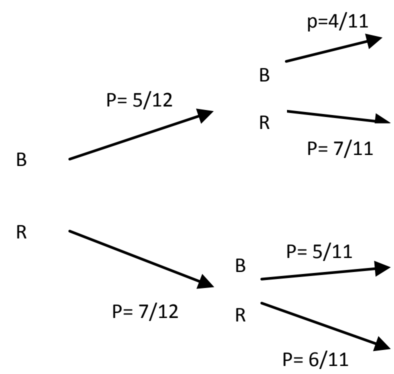
Ejemplo 1

En una bolillero hay 12 bolillas de las cuales 5 son blancas y el resto rojas. Al extraer de a una dos bolillas sin reposición ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolillas extraídas sean de distinto color?

Se puede resolver el problema mediante el trabajo con un diagrama de árbol con el que se pueden analizar las posibilidades que se presentan



A continuación las probabilidades de los diferentes sucesos pueden agregarse al árbol de manera que brinde información para encontrar la solución:



P(BB) = 5/12 x 4/11= 5 / 33 (1)

P(BR)= 5/12 x 7/11=35 / 132 (2)

P(RB)= 7/12 x 5/11= 35 / 132 (3)

P(RR)=7/12 x 6/11= 7 / 22 (4)

La probabilidad de extraer dos bolillas del mismo color se podrán obtener sumando las probabilidades (1) y (4). Del mismo modo la probabilidad de que ambas bolillas sean de distinto color podrá calcularse mediante la suma de (2) y (3) o realizando P = 1 - [P(BB) + P(RR)]

Como puede observarse, a través del diagrama se estimula la búsqueda de caminos variados como también el análisis de cuáles son los más sencillos.

Ejemplo 2
Si se necesita calcular la probabilidad de obtener una suma mayor que siete al arrojar dos dados, realizar el espacio muestral a través de diagramas de árbol es extenso por lo que es conveniente conocer otros modos de representación.

Segundo dado

Primer dado

Se clasificarán sucesos en compatibles, incompatibles (también denominados excluyentes o no excluyentes) y complementarios Se calcularán probabilidades para las clases de sucesos descriptos. Se calcularán también probabilidades condicionadas.

Ejemplo 3

Una gestión planifica mejoras en algunos centros de salud vecinales por lo que registra su ubicación urbana o rural y su pertenencia a las provincias de Santa Fe y Buenos Aires.

Ubicación / Provincia	urbana	rural	total
Buenos Aires	**300**	**150**	**450**
Santa Fe	**90**	**40**	**130**
TOTAL	**390**	**190**	**580**

- *Analizar la probabilidad de que el primer centro que se seleccione para mejoras esté ubicado en zona urbana de la provincia de Santa Fe.*
- *¿Cuál es la probabilidad de que si se seleccionó un centro de Buenos Aires éste sea rural?*

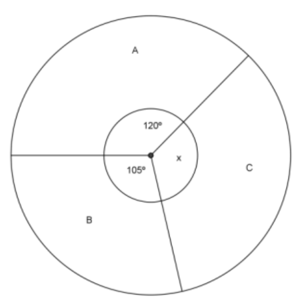
Como puede apreciarse no son necesarias fórmulas para la resolución de este tipo de problemas ya que lo que se pretende es un primer acercamiento al tratamiento de la probabilidad condicional.

Orientaciones para la evaluación

A continuación se propone una situación que podrá utilizarse en la evaluación de algunos aspectos de este eje. Al respecto se realizan algunas consideraciones para su corrección. A fin de evaluar la interpretación de gráficos estadísticos y la obtención de datos de los mismos, se podrá trabajar con problemas como el que sigue:

Ejemplo:

En las elecciones para presidente de un club, no se produjeron votos en blanco ni impugnaciones. Los tres candidatos que se postularon fueron votados del modo que muestra el siguiente gráfico circular:



a) ¿Qué fracción de los votantes eligieron al candidato B?

b) Si 810 personas votaron al candidato C, ¿cuál fue la cantidad total de votantes?

c) ¿Qué porcentaje de los votantes no votó al candidato C?

Los alumnos/as se encuentran familiarizados con este tipo de gráficos y con el trabajo de obtener datos de ellos: desde 1º año se han venido trabajando estos temas, por lo que resultará conveniente retomarlos desde una mirada distinta a la habitual.

Posiblemente, para encontrar la respuesta a la primera cuestión, los alumnos/as decidan que, en primera instancia, debe calcularse el total de votantes para luego, mediante un pertinente uso de la proporcionalidad, obtener la fracción que se pide en la parte a) del enunciado.

Este efecto se podría deber a la redacción de la pregunta del ítem a), en el que se hace referencia al total de votantes y a una fracción de ese total. De este modo es comprensible que los alumnos/as recurran al cálculo del total de votantes y a la cantidad de votantes correspondiente a cada sector para buscar la fracción pedida.

Este modo de resolución es correcto, pero en ese caso se recomienda al docente que intervenga para que los alumnos/as logren evaluar que no es necesario comenzar a resolver el problema respondiendo lo pedido en el ítem b), que lo pedido cuenta con otra forma de resolución. Esto implica que los alumnos/as reconozcan que se puede resolver lo pedido determinando las razones entre la medida de cada ángulo que aparece como dato en la figura de análisis y 360º, teniendo en cuenta la equivalencia entre estas razones y la fracción del total de votantes correspondiente a cada sector del gráfico circular. En caso de que en la etapa de análisis de los enunciados (que proponemos se realice en la clase posterior a la prueba) este camino no aparezca, el docente deberá proponerlo para la discusión. Podría, por ejemplo, presentarlo como la forma de resolución del problema de un alumno/a hipotético. Es importante que se fomente el análisis del por qué de la equivalencia de ambos caminos, porque contribuye a la construcción del significado de la proporcionalidad.

La cuestión c), además de introducir una nueva forma de expresar los datos que brinda el gráfico, da un tipo de información adicional que es interesante incluir que es en comparación con la cantidad de votos que recibió el candidato C, cuál es el porcentaje de votantes que no lo votó. Esta información adicional contribuye a comprender, ya no el gráfico, sino la situación que presenta el problema. Sin embargo es posible que los alumnos/as cometan el error de calcular el porcentaje de votantes que votó a C.

Esto se debe a que raramente aparecen preguntas formuladas por la negativa que en Estadística resultan de utilidad para la comprensión de la información que brindan las encuestas. Es decir, el alumno/a lee el enunciado pero "automáticamente" asocia candidato C, votantes y porcentaje, dando por sentado que se está pidiendo el porcentaje de votantes de C. Como se habrá observado, el análisis propuesto apunta a tomar conciencia de que al evaluar los aprendizajes de los jóvenes, paralelamente puede evaluarse y ajustarse el proceso de enseñanza.

DISEÑO CURRICULAR 4to año

CONTENIDOS

Probabilidad y estadística

- Combinatoria
- Binomio de Newton
- Probabilidad
- Espacio muestral. Sucesos incompatibles e independientes. Probabilidad condicional
- *Uso de calculadoras*

La combinatoria consiste en contar sin enumerar con estrategias sencillas que llevan a generalizar situaciones más complejas a través de formas simples de razonar.

Se debe jerarquizar el construir estrategias de pensamiento por sobre la aplicación arbitraria de fórmulas. Tanto en el abordaje de los temas de combinatoria como en el estudio del Binomio de Newton es necesario el trabajo con los alumnos para arribar a generalizaciones partiendo de casos sencillos.

En la comunicación matemática la simbología propia del lenguaje y las definiciones precisas constituyen un fin a perseguir y construir cuidando que el lenguaje formalizado no sea un obstáculo para la comprensión de los conceptos. En otras palabras el lenguaje formal debe contribuir tanto a la claridad de la comunicación como a futuras construcciones teóricas. No debe ser una información más adquirida por el alumno de forma mecánica arbitraria y carente de significación.

Se profundizará en el cálculo combinatorio: permutaciones, variaciones y combinaciones.

Se retomará la diferenciación entre sucesos incompatibles e independientes así como el estudio de la probabilidad condicional.

Ejemplo

Un grupo de 100 personas afectadas de cierta enfermedad es dividido en dos grupos para su tratamiento con dos medicamentos A y B.

R pacientes respondieron positivamente y N no respondieron positivamente.

	A	B	
R	30	40	70
N	10	20	30
	40	60	100

Al elegir al azar una persona ¿Cuál es la probabilidad **p** de que haya sido tratado con el remedio A y haya respondido positivamente?

A través de la tabla se ve que de los que recibieron el tratamiento A y respondieron positivamente son 30 entre los 70 que respondieron positivamente de acuerdo con lo que indica el valor marginal. Por lo que puede responderse que

$$P(A/\ R) = \frac{30}{70}$$

Por fórmula:

$$P(A/\ R) = \frac{P(A) \times P(B)}{P(R)} = \frac{\frac{30}{100}}{\frac{70}{100}} = \frac{30}{70}$$

DISEÑO CURRICULAR 5to año

CONTENIDOS

Estadística: Muestra y población
Parámetros de posición
Parámetros de dispersión
Uso de calculadoras

Estadística:
Muestra y población
La estadística construye modelos matemáticos para analizar las características de una población mediante censos o muestras según se abarque o no la totalidad de elementos de estudio.

Se tabularán y graficarán variables discretas y continuas según las características de las unidades de análisis susceptibles de ser medidas. Se profundizará en el estudio de parámetros estadísticos de posición: mediana, moda y media aritmética.

Se construirán conceptos y se estudiarán utilidades de medidas de dispersión como varianza y desviación estándar. Se construirán estrategias para la predicción, estimación y verificación de resultados

Se tratarán medidas de posición como los fractiles, que en el caso de los cuartiles separan a los valores de distribución de frecuencias en el 25% de las observaciones queda a la izquierda y el 75% a la derecha para $\mathbf{q_1}$, 50% y 50% para $\mathbf{q_2}$ y en75% a la izquierda y 25% derecha para $\mathbf{q_3}$ del mismo modo puede razonarse para deciles y percentiles.

Cuando se habla de que un valor que está en el percentil 80 se está diciendo que es un valor superior al 80% de la población analizada e inferior al 20% restante.

Dos aspectos muy importantes se han de tener en cuenta, no reducir la estadística a una mera aplicación de fórmulas, por lo que deberá incorporarse la calculadora y acompañar lo que se está realizando con una reflexión en el contexto del problema resignificando la información que se va obteniendo de las variables en juego. Reflexionar sobre qué aportan las medidas de posición y qué las de dispersión, como por ejemplo analizar curvas de frecuencia con igual posición pero con distinta dispersión y hacer conjeturas sobre las mismas.

USO DE CALCULADORAS EN ESTADÍSTICA
Es común que los alumnos posean calculadoras pero hagan un aprovechamiento limitado de sus funciones como en el caso cálculo de la media o de desvío, por lo que se hace necesario identificar en las calculadoras las teclas $\sum x^2$, $\boldsymbol{\sum} x$, n, varianza, según el modelo modos de introducir los datos, formas de hacer correcciones cuando se ha introducido mal un dato y estimulando la lectura de manuales de las calculadoras para el mejor uso de sus funciones.

DISEÑO CURRICULAR 6to año (borrador)

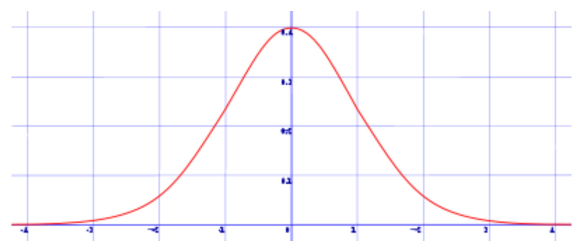
CONTENIDOS

Probabilidad y estadística
Distribución Normal
Distribución Binomial
Uso de calculadoras

Distribución Normal
Esta distribución es la más importante de las distribuciones continuas porque muchas variables aleatorias tienen una distribución normal y suele aparecer en todo tipo de análisis estadístico como alturas, peso, efectos de dosis de medicamentos o duración de una pieza mecánica entre otros.
Se dice que una variable aleatoria continua *X* sigue una distribución normal de parámetros μ y σ y se denota $X \sim N(\mu, \sigma)$ si su función de densidad está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x \in \mathbb{R},$$

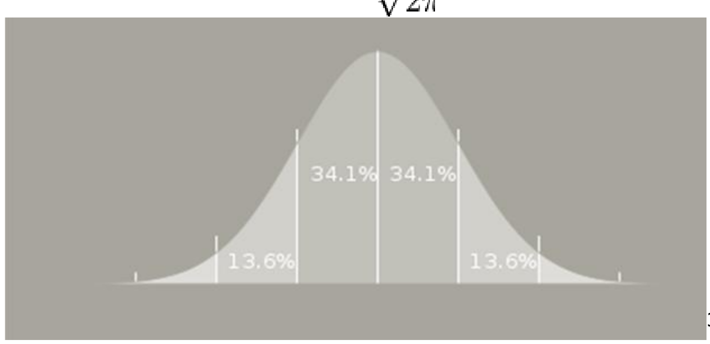
Donde μ (mu) es la media y σ (sigma) es la desviación típica (σ^2 es la varianza).



Tiene una característica forma de campana, es continua es simétrica con respecto a la media y tiene dos puntos de inflexión situados a ambos lados de la media a una distancia **σ** de ella.

Se llama **distribución normal "estándar"** a aquella en la que sus parámetros toman los valores $\mu = 0$ y $\sigma = 1$. En este caso la función de densidad tiene la siguiente expresión:

$$f(x) = f_{0,1}(x) = \frac{e^{\frac{-x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}, \quad x \in \mathbb{R},$$



[3]

[3] http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_deviation_diagram.svg

Para cada media y cada desviación media hay una curva normal que se designa N(x, **σ**).

El área bajo la curva es 1 por ser una distribución normal. Las tablas brindan las probabilidades de modo de ser una herramienta para la resolución de problemas.

Ejemplo 1

El peso de jugadores de un club se distribuye normalmente con un peso promedio de 65 kg y un desvío estándar de 4 kg. Determinar la probabilidad de que elegido al azar el jugador pese.

- Menos de 63 kg
- Más de 58 kg
- Entre 59 y 67

Cuál es el peso no superado por:

- el 25% de los deportistas
- sólo superado por el 60% de los jugadores

¿Qué porcentaje de los jóvenes tiene un peso inferior a 65 kilos y pesa más de 58 kg?

Ejemplo 2

Un repuesto mecánico cuyo peso medio es 18,5 kg tiene un desvío estándar de 1,5. ¿Cuál es la probabilidad de que un repuesto elegido al azar pese más de 21,5kg?
El peso responde a una N (18,5; 2,25)

$$Z = (W - 18{,}5) / 2$$

$$P(W > 21{,}5) = P\left(Z > \frac{21{,}5 - 18{,}5}{1{,}5}\right) =$$

$$= P(Z<2) = 1 - \Phi(2)\ 0{,}0227.$$

Distribución Binomial

La distribución binomial es de utilidad en experiencias en las que se repite varias veces la misma situación en idénticas condiciones.

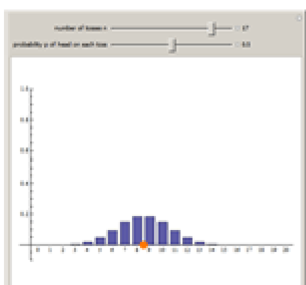
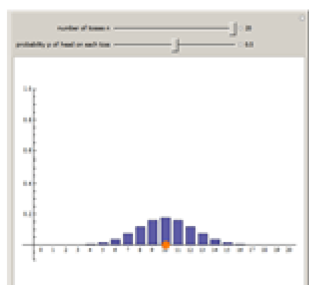
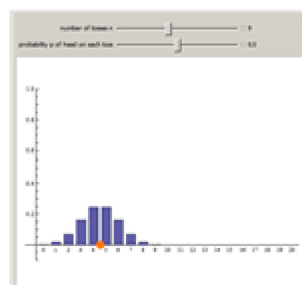
$$P(x= k) = \binom{n}{k} \; p^{k} \,.\, q^{n-k}$$

Ejemplo 3

Si una moneda es arrojada un número n de veces, el número de caras seguirá una probabilidad con distribución binomial.
Si se arroja el dado 5 veces y se desea saber la probabilidad de obtener 4 veces cara:

$$P(x= 4) = \binom{5}{4} \; 0{,}4^{4} \,.\, 0{,}6^{1} = 5x\ 0{,}0256 = 0{,}0768$$

En el siguiente sitio[4] se puede visualizar esta situación variando el número de tiradas como se observa en los siguientes gráficos.

Estas distribuciones binomiales B(n, p) en las que p=1/2 se parecen mucho a la distribución binomial cuanto más grande sea n.
En el caso de B (n, p) se parecerá a la curva normal cuanto mayor sea el producto n. p, si este producto es mayor que 5 esta aproximación será casi perfecta.

[4] Binomial Distribution" from The Wolfram Demonstrations Project http://demonstrations.wolfram.com/BinomialDistribution/